

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2024 - 2025
Matematică

Varianta 1

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	a)	5p
3.	d)	5p
4.	b)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	b)	5p
3.	a)	5p
4.	c)	5p
5.	c)	5p
6.	d)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Cum $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} \Rightarrow 2b = 3a$	1p
	Dacă $a = 5$, atunci $2b = 15$, imposibil, deoarece $b \in \mathbb{N}$. Așadar a nu poate fi egal cu 5.	1p
	b) $b \cdot 0,1(6) = c \cdot 0,2 \Rightarrow \frac{b}{6} = \frac{c}{5}$, de unde $\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{5} = k$	1p
	Obținem $a = 4k, b = 6k, c = 5k$. Cum $a, b, c \in \mathbb{N}$, deducem $k \in \mathbb{N}$	1p
	$n = a + b + c = 15k = t^2$, $t \in \mathbb{N}$, de unde obținem $t : 15$, $0 < n = t^2 \leq 300 \Rightarrow n = 225$, de unde $k = 15$, așadar $c = 75$	1p
2.	a) $E(x) = x^2 + 6x + 9 - 2x^2 + 8 + x^2 - 3x + x - 3 - 17 =$ $= 4x - 3$, pentru orice număr real x	1p
	b) $A = 4n - 3 + n^2 - 2 = n^2 + 4n - 5$	1p

	$A = n^2 + 5n - n - 5 = n(n+5) - (n+5) = (n-1)(n+5)$, pentru orice număr real n	1p
	Cum A este număr prim și $n-1 < n+5 \Rightarrow n-1=1$ și $n+5$ este număr prim, de unde $n=2$ și $A=7$ număr prim	1p
3.	<p>a) $a = \left[\frac{1}{30} + \frac{1}{19} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5} \right) \right] : \frac{1}{100} =$ $= \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{19} \cdot \frac{19}{15} \right) \cdot 100 = \frac{3}{30} \cdot 100 = 10$</p>	1p 1p
	<p>b) $3 - 2\sqrt{3} = \sqrt{9} - \sqrt{12} < 0 \Rightarrow 3 - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 3$, de unde $b = \frac{6\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 3 = 3$</p> <p>$M_a = \frac{a+b}{2} = \frac{13}{2}$</p> <p>$2\sqrt{10} < \frac{13}{2} < 5\sqrt{2} \Leftrightarrow 4\sqrt{10} < 13 < 10\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{160} < \sqrt{169} < \sqrt{200}$, de unde concluzia</p>	1p 1p 1p
4.	<p>a) $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB = \frac{180^\circ - \sphericalangle BAC}{2} = 30^\circ$</p> <p>$\sphericalangle EAB = 180^\circ - \sphericalangle BAC = 60^\circ$ și $\triangle EBA$ este dreptunghic în $E \Rightarrow \sphericalangle EBA = 90^\circ - \sphericalangle EAB = 30^\circ$, de unde $\sphericalangle EBA = \sphericalangle ABC$, așadar semidreapta BF este bisectoarea unghiului EBC</p>	1p 1p
	<p>b) În triunghiul dreptunghic EBA, $\sphericalangle EBA = 30^\circ \Rightarrow AE = \frac{AB}{2} = 6$ cm, cum $\triangle EBA \cong \triangle FCA$, obținem $AF = AE = 6$ cm, de unde $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} \Rightarrow EF \parallel BC$, așadar $BCFE$ este trapez</p> <p>În $\triangle EBC$ dreptunghic, $\cos(\sphericalangle ECB) = \frac{EC}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{18}{BC} \Rightarrow BC = 12\sqrt{3}$ cm și</p> <p>$BE = \sqrt{BC^2 - CE^2} = 6\sqrt{3}$ cm și $d(E, BC) = \frac{BE \cdot CE}{BC} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 18}{12\sqrt{3}} = 9$ cm</p> <p>$EF \parallel BC \Rightarrow \sphericalangle FBC = \sphericalangle BFE = 30^\circ$, de unde obținem că triunghiul EBF este isoscel, deci</p> <p>$EF = EB = 6\sqrt{3}$ cm. $A_{BCFE} = \frac{(BC + EF) \cdot d(E, BC)}{2} = \frac{18\sqrt{3} \cdot 9}{2} = 81\sqrt{3}$ cm²</p>	1p 1p 1p 1p
5.	<p>a) În triunghiul dreptunghic ABC, $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 15$ cm $BN + NC = BC \Rightarrow 3NC = 15 \Rightarrow NC = 5$ cm, de unde $BN = 10$ cm</p>	1p 1p
	<p>b) $AB = 3AM \Rightarrow BM = 2AM$, de unde $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2} = \frac{CN}{BN}$, așadar $MN \parallel AC$</p> <p>În $\triangle ABD$, $MP \parallel AD \Rightarrow \frac{DP}{BP} = \frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$, $P \in AD$, iar AD este mediană de unde deducem că punctul P este centrul de greutate al triunghiului ABC. Dacă $AP \cap BC = \{Q\}$ de unde punctul Q este mijlocul segmentului BC</p> <p>În triunghiul ABC dreptunghic în A, AQ este mediană, deci $AQ = \frac{BC}{2}$, P este centrul de greutate, de unde $AP = \frac{2}{3} \cdot AQ = \frac{2}{3} \cdot \frac{BC}{2} = \frac{BC}{3} = \frac{15}{3} = 5$ cm</p>	1p 1p 1p
6.	<p>a) AN și BN sunt mediane în triunghiurile echilaterale ACD, respectiv BCD, așadar sunt și înălțimi, de unde $AN = BN = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ cm</p>	1p

	$P_{\Delta ABN} = AB + AN + BN = 12 + 12\sqrt{3} = 12(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}$	1p
	b) $BN \perp CD$, $AN \perp CD$, $AN, BN \subset (ABN)$, $AN \cap BN = \{N\}$, de unde $CD \perp (ABN)$	1p
	Dacă $MF \parallel DN$, $F \in AN \Rightarrow MF \perp (ABN) \Rightarrow \text{pr}_{(ABN)} M = F$, deci $\text{pr}_{(ABN)} BM = BF$. Așadar	1p
	$\sphericalangle(BM, (ABN)) = \sphericalangle(BM, BF) = \sphericalangle MBF$	1p
	MF este linie mijlocie în $\Delta ADN \Rightarrow MF = \frac{DN}{2} = 3 \text{ cm}$. În triunghiul MBF dreptunghic în F ,	
	$\sin(\sphericalangle MBF) = \frac{MF}{BM} = \frac{3}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$	1p